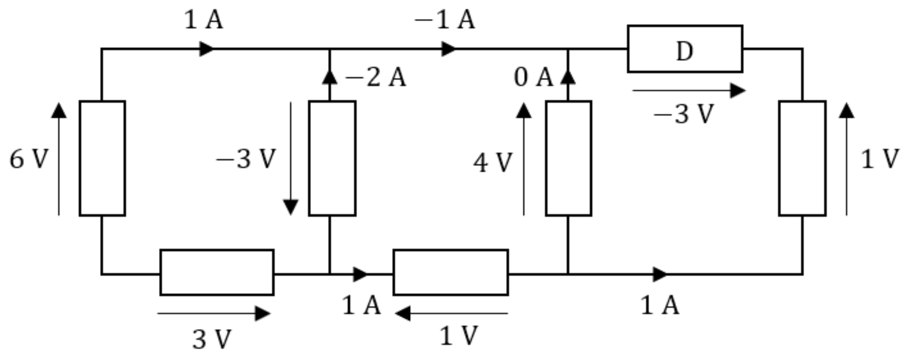
Correction TD - E1

Exercices à maîtriser

Ex. n°1 • Lois de Kirchhoff ★☆☆ 9920

1) Utiliser la loi des nœuds et la loi des mailles.



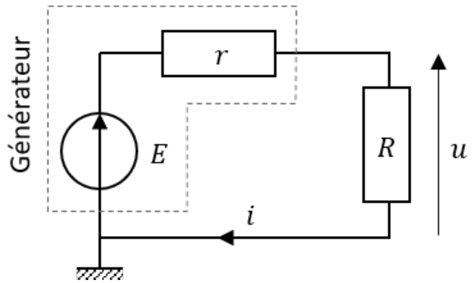
2) Le dipôle D est orienté en convention récepteur. La puissance calculée est donc une puissance reçue :

$$\mathcal{P}_\mathrm{D} = -3\ \mathrm{V} \times 1\ \mathrm{A} = -3\ \mathrm{W} < 0$$

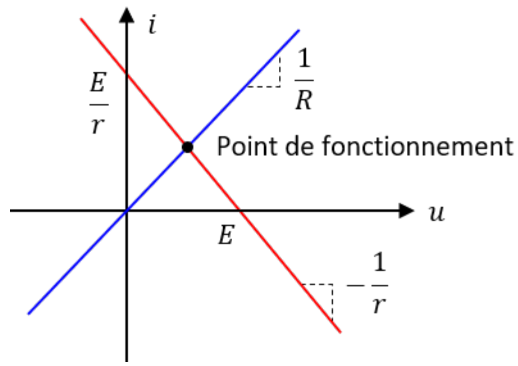
Puisque la puissance reçue est négative, cela signifie que le dipôle D fournit de la puissance.

Ex. n°2 • Point de fonctionnement ★☆☆ 9628

1) Circuit :



Point de fonctionnement :



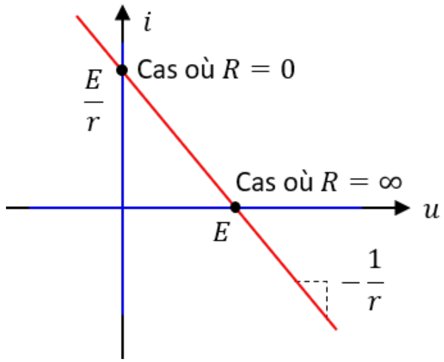
Les deux droites ont pour équation :

$$i = \frac{u}{R} \quad \text{et} \quad i = \frac{E-u}{r}$$

L'intersection des droites donne :

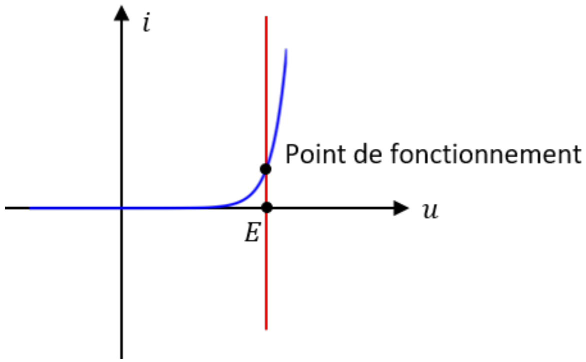
$$\boxed{(u,i) = \left(\frac{RE}{r+R}, \frac{E}{r+R}\right)}$$

2) Points de fonctionnement :



Si $R=0$, alors $(u,i) = \left(0, \dfrac{E}{r}\right)$. Si $R=\infty$, alors $(u,i) = (E, 0)$.

3) Points de fonctionnement :

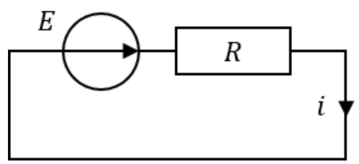


L'intersection des courbe donne :

$$\boxed{(u,i) = \left(E, I_0\left(e^{E/V_s} - 1\right)\right)}$$

Ex. n°3 • Court-circuit ★☆☆ 4505

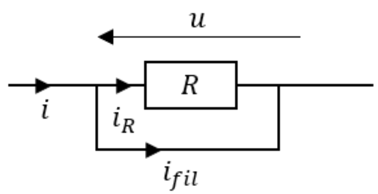
1) Schéma :



Loi ds mailles :

$$E = Ri \quad \Rightarrow \quad \boxed{i = \frac{E}{R} = 200 \text{ mA}}$$

2) Schéma :



Démonstration n°1

Tension aux bornes d'un fil : $u = 0$

Loi d'Ohm :

$$u = Ri_R \quad \Rightarrow \quad \boxed{i_R = 0}$$

Démonstration n°2

Pont diviseur de courant :

$$i_R = \frac{R_{fil}}{R + R_{fil}}\, i = 0 \quad \text{car :} \quad R_{fil} = 0$$

Circuit équivalent

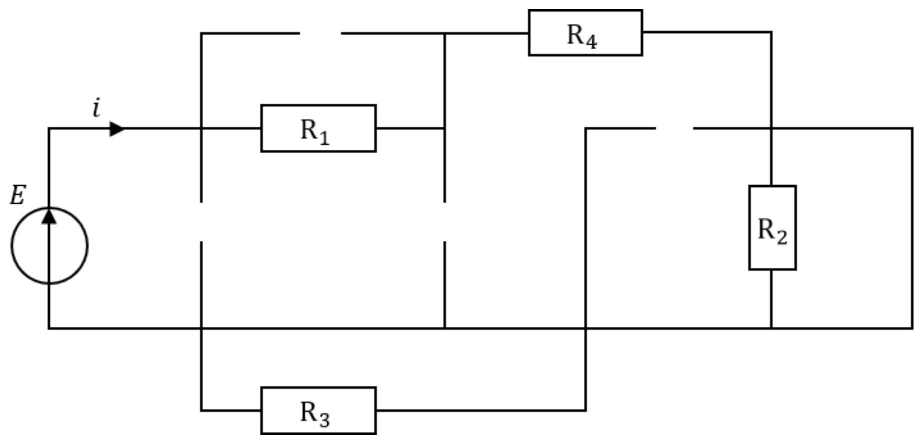
Formule des résistances en dérivation :

$$R_{eq} = \frac{RR_{fil}}{R + R_{fil}}$$

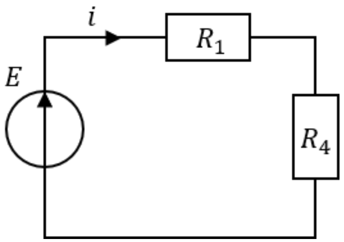
Or, la résistance d'un fil est nulle : $R_{fil} = 0$. On en déduit que : $R_{eq} = 0$. L'ensemble {fil + résistance} est donc équivalent à un fil. Tout se passe donc comme si la résistance n'existait pas.

Remarque : on généralise ce résultat. Si un dipôle est court-circuité, tout se passe comme si ce dipôle n'existait pas.

3) En régime stationnaire, un condensateur est équivalent à un circuit ouvert et une bobine à un fil électrique. Le circuit est donc équivalent à :



Les résistances R_2 et R_3 sont court-circuitées. Le schéma équivalent est donc :

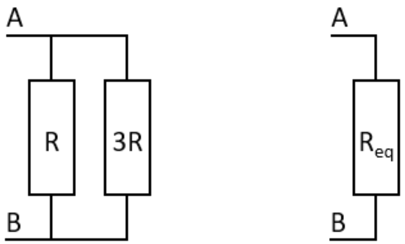


Loi des mailles :

$$E = (R_1 + R_4)\, i \quad \Rightarrow \quad \boxed{i = \frac{E}{R_1 + R_4}}$$

Ex. n°4 • Résistance équivalente ★⯪☆ 9934

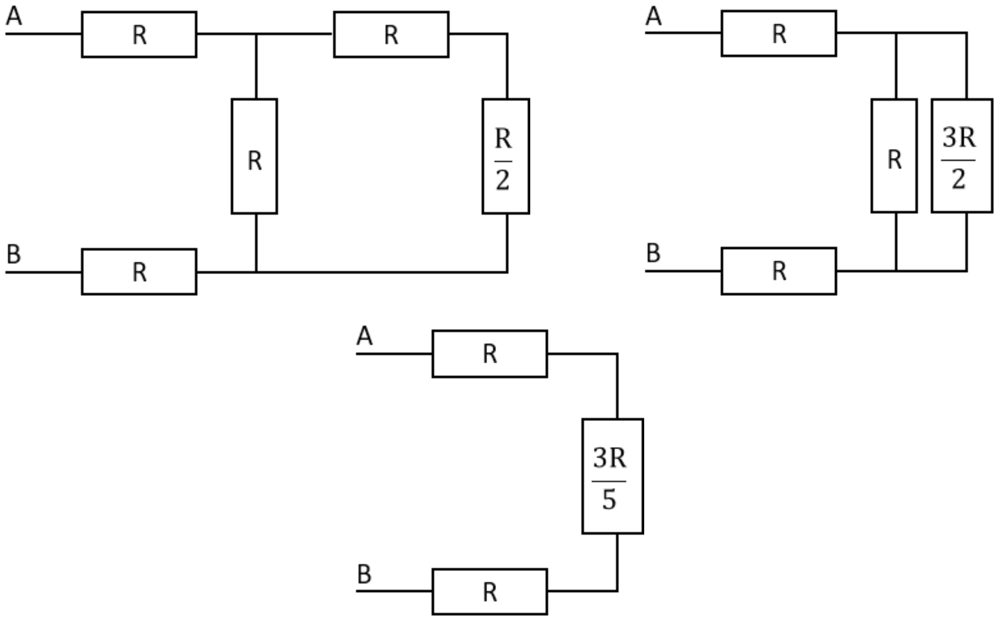
1) On a une résistance R en dérivation avec 3 résistances R en série.



Ainsi :

$$R_{eq} = R \parallel 3R = \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{3R}\right)^{-1} = \boxed{\frac{3R}{4}}$$

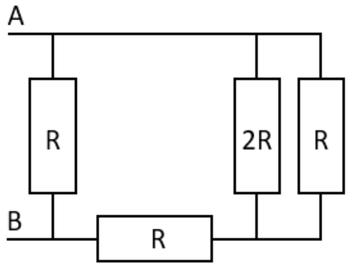
2) On peut réaliser la suite de transformations suivante :



Ainsi,

$$R_{eq} = R + \frac{3R}{5} + R = \boxed{\frac{13R}{5}}$$

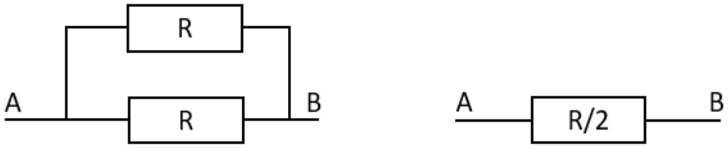
3) On peut réécrire le circuit de la manière suivante.



On en déduit la résistance équivalente :

$$R_{eq} = R \parallel (R + (2R \parallel R)) = R \parallel \left(R + \frac{2R}{3}\right) = R \parallel \frac{5R}{3} = \boxed{\frac{5R}{8}}$$

4) On remarque le fil court-circuite les deux résistances de droite.



Ainsi,

$$\boxed{R_{eq} = \frac{R}{2}}$$

Ex. n°5 • Topologie des circuits 9827

1) R_1 et R_2
2) R_5 et R_7
3) R_4 et E_2
4) R_6 et E_1
5) R_3

Ex. n°6 • Adaptation d'impédance 3596

1) Loi des mailles :

$$E = ri + Ri \quad \Rightarrow \quad \boxed{i = \frac{E}{r+R}}$$

2) R apparaît au dénominateur de la fraction uniquement. Plus R est petit, plus le dénominateur est petit et plus i est grand. On en déduit que l'adaptation en courant se fait pour $\boxed{R = 0}$.

3) La formule du pont diviseur donne immédiatement (r et R sont en série) :

$$\boxed{u = \frac{R}{r+R}\,E}$$

Pour étudier les variations de $u(R)$, il vaut dérivée cette fonction.

$$\frac{du}{dR} = \frac{(r+R) - R}{(r+R)^2}\,E = \frac{r}{(r+R)^2}\,E > 0$$

La dérivée étant toujours strictement positive, la fonction est strictement croissante.

4) D'après la question précédente, puisque la fonction est strictement croissante, l'adaptation en tension se fait pour $\boxed{R = \infty}$.

5) On sait que :

$$\boxed{\mathcal{P} = Ri^2 = \frac{RE^2}{(r+R)^2}}$$

6) Dérivons cette fonction.

$$\mathcal{P}' = \frac{d\mathcal{P}}{dR} = \frac{(r+R)^2 - 2R\,(r+R)}{(r+R)^4}\,E^2$$

On remarque que :

$$\mathcal{P}' = 0 \quad \Rightarrow \quad (r+R)^2 - 2R\,(r+R) = 0 \quad \Rightarrow \quad r = R$$

Si $R < r$, alors $\mathcal{P}' > 0$ (prendre le cas particulier de $R = 0$ pour s'en convaincre), donc $\mathcal{P}$ est une fonction strictement croissante.

Si $R > r$, alors $\mathcal{P}' < 0$ (prendre le cas particulier de $r = 0$ pour s'en convaincre), donc $\mathcal{P}$ est une fonction strictement décroissante.

Donc $\mathcal{P}$ est maximum (adaptation en puissance) lorsque $\boxed{R = r}$.

Ex. n°7 • Diviser pour mieux régner 7409

1) La résistance équivalente du circuit est de $3R$. On en déduit :

$$\boxed{i = \frac{E}{3R}}$$

2) Avec un pont diviseur de tension :

$$\boxed{u = \frac{2R}{R+2R}\,E = \frac{2E}{3}}$$

On peut aussi utiliser le résultat de la question précédente et appliquer la loi d'Ohm :

$$\boxed{u = 2R \times i = \frac{2E}{3}}$$

3) La résistance équivalente du montage vaut :

$$R_{eq} = \left(\frac{1}{2R} + \frac{1}{R}\right)^{-1} = \frac{2R}{3}$$

On en déduit :

$$\boxed{i = \frac{3E}{2R}}$$

4) Pour avoir la résistance équivalente du montage, on ajoute R à celle de la question précédente. Ainsi,

$$R_{eq} = R + \frac{2R}{3} = \frac{5R}{3} \quad \Rightarrow \quad \boxed{i = \frac{3E}{5R}}$$

5) On combine les deux résistances qui sont en dérivation : $R_{eq} = \dfrac{2R}{3}$, puis on applique un pont diviseur de tension :

$$\boxed{u = \frac{R_{eq}}{R + R_{eq}}\,E = \frac{2E}{5}}$$

6) On se sert de la question précédente et on applique la loi d'Ohm :

$$\boxed{i = \frac{2E}{5R}}$$

7) La résistance étant en dérivation du générateur, on a immédiatement :

$$\boxed{u = E}$$

8) La résistance $2R$ est court-circuitée, aucun courant ne passe par cette branche. On en déduit :

$$\boxed{i = \frac{E}{R}}$$

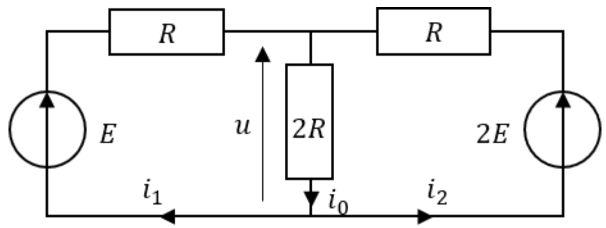
9) Le courant dans la branche de la résistance R est d'intensité nulle du fait de l'interrupteur ouvert. Une loi d'Ohm donne donc :

$$\boxed{u = 0}$$

10) Loi des mailles dans la maille contenant : le générateur, l'interrupteur et la résistance R.

$$\boxed{u = E}$$

11) Aucune association de résistance possible, ni aucun pont diviseur. Il faut passer par les lois des nœuds et des mailles.



On a :

$$\begin{cases} i_0 = i_1 + i_2 \\ E = Ri_1 + u \\ 2E = Ri_2 + u \end{cases}$$

On part de la loi d'Ohm sur la résistance $2R$:

$$u = 2Ri_0 = 2R\,(i_1 + i_2) = 2R\left(\frac{E-u}{R} + \frac{2E-u}{R}\right)$$

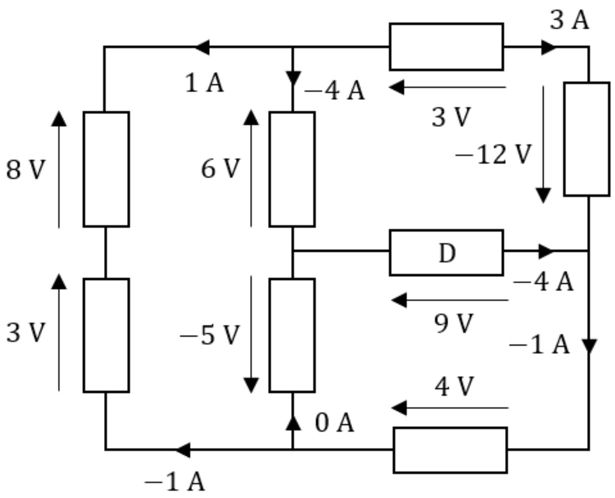
On en déduit donc la tension recherchée :

$$u = 2\,(3E - 2u) \quad \Rightarrow \quad \boxed{u = \frac{6E}{5}}$$

Pour aller plus loin

Ex. n°8 • Lois de Kirchhoff ★☆☆ 0136

1) Utiliser la loi des nœuds et la loi des mailles.



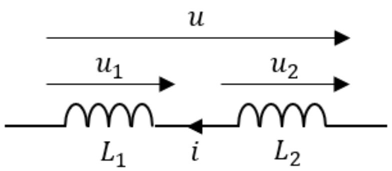
2) Le dipôle D est orienté en convention récepteur. La puissance calculée est donc une puissance reçue :

$$\mathcal{P}_{\mathrm{D}} = 9\ \mathrm{V} \times -4\ \mathrm{A} = -36\ \mathrm{W} < 0$$

Puisque la puissance reçue est négative, cela signifie que le dipôle D fournit de la puissance.

Ex. n°9 • Bobine équivalente ★☆☆ 2391

1) Schéma :

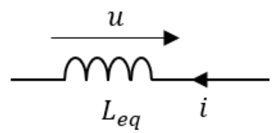


Additivité des tensions :

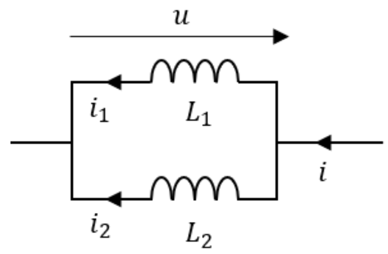
$$u = u_1 + u_2 = L_1 \frac{di}{dt} + L_2 \frac{di}{dt} = (L_1 + L_2) \frac{di}{dt}$$

On a bien une relation type bobine :

$$u = L_{eq} \frac{di}{dt} \quad \text{avec :} \quad \boxed{L_{eq} = L_1 + L_2}$$



2) Schéma :

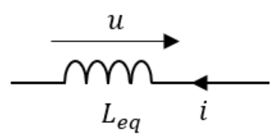


Loi des nœuds, puis on dérive :

$$i = i_1 + i_2 \quad \Rightarrow \quad \frac{di}{dt} = \frac{di_1}{dt} + \frac{di_2}{dt} = \frac{u}{L_1} + \frac{u}{L_2} = u\left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}\right)$$

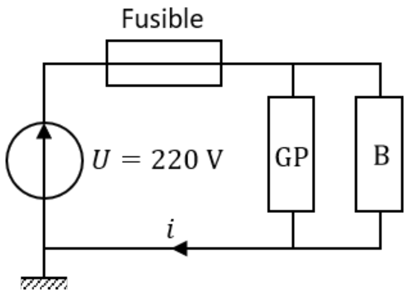
On a bien une relation type bobine :

$$\frac{di}{dt} = \frac{u}{L_{eq}} \quad \text{avec :} \quad \boxed{\frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} \quad \Leftrightarrow \quad L_{eq} = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2}}$$



Ex. n°10 • Utilisation d'une multiprise ★☆☆ 8736

1) Schéma du montage :



2) Le grille-pain (GP) et la bouilloire (B) se comportent tous les deux comme des conducteurs ohmiques. La puissance consommée vaut :

$$\mathcal{P} = Ui$$

On en déduit l'intensité dans chaque branche :

$$i_{\text{GP}} = \frac{1000}{220} = 4{,}55 \text{ A} \quad \text{et} \quad i_{\text{B}} = 5{,}91 \text{ A}$$

L'intensité du courant passant à travers le fusible vaut donc :

$$i = i_{\text{GP}} + i_{\text{B}} = 10{,}45 \text{ A} > 10{,}0 \text{ A}$$

Non, l'étudiant ne peut pas utiliser de manière simultanée sa bouilloire et son grille-pain.

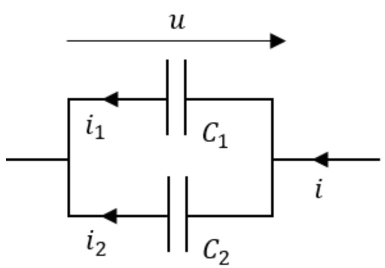
3) On rappelle le lien entre puissance et énergie :

$$\mathcal{E} = \int \mathcal{P} \; dt$$

La bouilloire consomme donc $\mathcal{E} = 780$ kJ en 10 minutes.

Ex. n°11 • Condensateur équivalent ★⯪☆ 0262

1) Schéma :

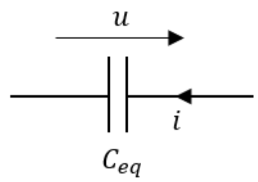


Loi des nœuds :

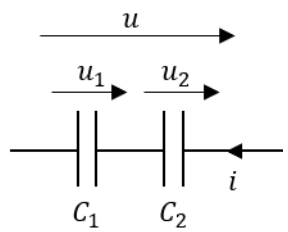
$$i = i_1 + i_2 = C_1 \frac{du}{dt} + C_2 \frac{du}{dt} = (C_1 + C_2) \frac{du}{dt}$$

On a bien une relation type condensateur :

$$i = C_{eq} \frac{du}{dt} \quad \text{avec :} \quad \boxed{C_{eq} = C_1 + C_2}$$



2) Schéma :

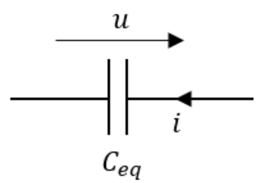


Additivité des tensions, puis on dérive :

$$u = u_1 + u_2 \quad \Rightarrow \quad \frac{du}{dt} = \frac{du_1}{dt} + \frac{du_2}{dt} = \frac{i}{C_1} + \frac{i}{C_2} = i\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right)$$

On a bien une relation type condensateur :

$$\frac{du}{dt} = \frac{i}{C_{eq}} \quad \text{avec :} \quad \boxed{\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \quad \Leftrightarrow \quad C_{eq} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}}$$

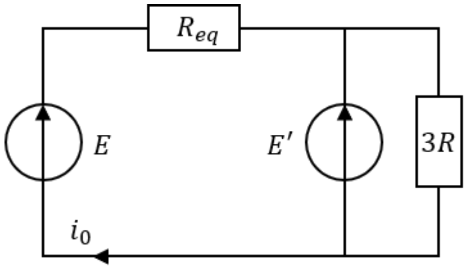


Ex. n°12 • Étude d'un circuit ★★☆ 3683

1) Avec un pont diviseur de tension :

$$\boxed{u = \frac{R}{R+2R}\,E' = \frac{E'}{3} = 1{,}0\ \text{V}}$$

2) On regroupe toutes les résistances du haut en une résistance équivalent puis on applique une loi des mailles.



Résistance équivalente :

$$R_{eq} = R + (R \parallel 2R \parallel R) + R = 2R + \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{2R} + \frac{1}{R}\right)^{-1} = 2R + \frac{2R}{5} = \frac{12R}{5}$$

Loi des mailles :

$$E - E' = R_{eq} i_0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{i_0 = \frac{E - E'}{12R/5} = 0{,}83\ \text{A}}$$

3) On applique la loi d'Ohm sur la résistance de la Q1 :

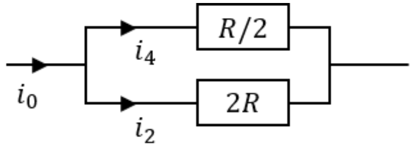
$$i = \frac{u}{R} = 1{,}0\ \text{A}$$

Une loi des mailles donne donc :

$$i_0 + i_0' = i \quad \Rightarrow \quad \boxed{i_0' = 0{,}17\ \text{A}}$$

4) On regroupe les résistances des branches 1 et 3 :

$$R_{eq} = \frac{R}{2} \quad \text{et} \quad i_4 = i_1 + i_3$$



On applique un pont diviseur de courant sur la branche 2 :

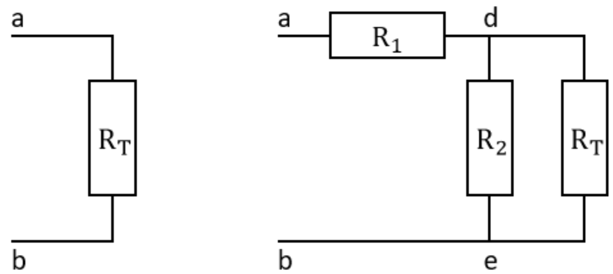
$$\boxed{i_2 = \frac{R/2}{R/2 + 2R}\,i_0 = \frac{i_0}{5} = 0{,}17\ \text{A}}$$

Enfin,

$$\boxed{i_1 = i_3 = \frac{i_0 - i_2}{2} = 0{,}33\ \text{A}}$$

Ex. n°13 • Modélisation d'une fibre nerveuse ★★★ 1809

1) La chaîne étant infinie, si la résistance aux bornes de (ab) vaut R_T, alors la résistance aux bornes de (de) vaut également R_T.



Ainsi,

$$\begin{aligned} & R_T = R_1 + (R_2 \| R_T) \\ \Rightarrow\ & R_T = R_1 + \frac{R_2 R_T}{R_2 + R_T} \\ \Rightarrow\ & R_T^2 - R_1 R_T - R_1 R_2 = 0 \end{aligned}$$

Parmi les deux solutions de cette équation, seule la suivante est positive (et peut donc correspondre à la valeur d'une résistance) :

$$\boxed{R_T = \frac{R_1}{2}\left(1 + \sqrt{1 + \frac{4R_2}{R_1}}\right)}$$

2) On applique la formule du pont diviseur de tension dans le schéma de droite (question précédente).

$$V_{de} = \frac{(R_2 \| R_T)}{(R_2 \| R_T) + R_1}\, V_{ab} = \frac{1}{1 + \dfrac{R_1}{(R_2 \| R_T)}}\, V_0$$

On en déduit :

$$\boxed{\beta = \frac{R_1}{(R_2 \| R_T)} = R_1 \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_T} \right)}$$

3) On a :

$$V_1 = \frac{V_0}{1+\beta}$$

Par symétrie de translation le long de la chaîne, on a :

$$V_{n+1} = \frac{V_n}{1+\beta}$$

Il s'agit donc d'une suite géométrique de raison $1/(1+\beta)$. On en déduit :

$$\boxed{V_n = \frac{V_0}{(1+\beta)^n}}$$

4) Sur une distance de 2,0 mm, il y a :

$$N = \frac{2 \times 10^{-3}}{10 \times 10^{-6}} = 200 \text{ cellules}$$

Ainsi, le potentiel est atténué d'un facteur :

$$\boxed{\frac{V_0}{V_N} = (1+\beta)^N = 35}$$

Ex. n°14 • L'électricité en pratique ★★★ 9824

1) Les ampoules doivent idéalement (ce n'est pas le cas de toutes les guirlandes...) être placées en dérivation. Si elles étaient placées en série et qu'une ampoule grille (une ampoule grillée devient équivalente à un circuit ouvert), alors l'ensemble des ampoule arrête de briller puisque plus aucun courant ne passe dans la guirlande.

2) Même réponse que précédemment : en dérivation. Il n'est pas souhaitable que deux appareils soit en série : si l'un est éteint, alors l'autre ne pourrait pas recevoir de courant.

3) L'ampère-heure est une unité de charge électrique (rappel : C = A·s). L'ampère-heure nous informe donc sur la quantité de charges (d'électrons) stockée dans la batterie,et pouvant servir à alimenter un circuit.

4) Un **fusible** est un élément de protection électrique constitué d'un fil métallique très fin. Il est conçu pour fondre lorsqu'un courant trop intense le traverse, en raison de l'énergie dissipée par effet Joule. Cette fusion interrompt immédiatement le passage du courant, protégeant ainsi le reste de l'installation. Le seuil de déclenchement du fusible (l'intensité maximale i_{max}) dépend directement du diamètre du fil utilisé.

Dans une prise électrique standard, le courant circule depuis la phase vers le neutre : c'est un même courant qui entre et sort, conformément à la loi de conservation de l'intensité dans une branche de circuit. En fonctionnement normal, aucun courant ne transite par la Terre. Toutefois, dans les appareils équipés d'une prise de terre, la carcasse métallique est volontairement reliée à la Terre pour assurer la sécurité de l'utilisateur.

Imaginons maintenant qu'un tel appareil (un réfrigérateur ou un lave-vaisselle, par exemple)ne soit pas relié à la Terre. Si un défaut survient, comme la rupture d'une soudure, et que le fil de phase (sous une tension de 220 V) entre en contact avec la carcasse métallique, cette dernière se retrouve dangereusement portée au potentiel de 220 V. Si quelqu'un touche alors la carcasse (en ouvrant le réfrigérateur, par exemple), il reçoit une décharge électrique, comme s'il touchait directement une prise sous tension, avec un risque élevé d'électrocution.

Heureusement, la **prise de Terre** existe pour éviter ce type d'accident. Dès que la phase entre en contact avec la carcasse reliée à la Terre, un courant de fuite s'écoule vers la Terre au lieu de revenir par le neutre. Ce déséquilibre est immédiatement détecté par un **disjoncteur différentiel**, qui coupe l'alimentation électrique. La carcasse, maintenue au potentiel de 0 V, ne présente alors plus aucun danger pour l'utilisateur.

5) Lorsqu'il se pose sur un câble, l'oiseau (assimilable à une résistance R) est court-circuité par ce câble (cf. exercice sur le court-circuit). Donc aucun courant ne passe par l'oiseau.

Pour s'entraîner au DS

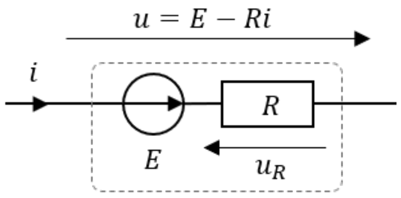
Ex. n°15 • Alimentation d'une DEL ★★★ 4050

1) Sur la branche bloquée, $i = 0$ pour toute valeur de u. C'est la caractéristique d'un interrupteur ouvert.

2) La branche passante a pour équation :

$$i = \frac{u - V_s}{r} \quad \Rightarrow \quad \boxed{u = V_s - ri}$$

Un générateur réel de tension est l'association série d'un générateur idéal de fem E et d'une résistance R.



Générateur réel

On a donc la relation :

$$u = E - Ri$$

C'est bien la même relation que pour la branche passante de la diode. Ainsi : la fem vaut $\boxed{V_s}$ et la résistance interne vaut $\boxed{r}$.

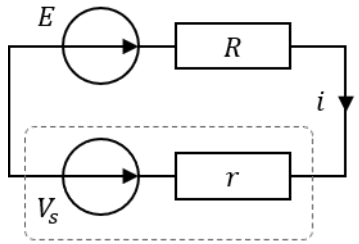
Attention tout de même pour la suite. La relation pour la diode est en convention récepteur, alors que celle pour le générateur est en convention générateur. Ainsi, dans les circuits équivalents, on remplacera la diode par un générateur réel mais en convention récepteur !

3) Supposons que la DEL est bloquante. On a ainsi $i = 0$. La loi des mailles donne :

$$E = Ri + u \quad \Rightarrow \quad \boxed{u = E = 6{,}0 \text{ V} > V_s}$$

Cela vient contredire l'hypothèse de départ. On en déduit que la DEL est passante.

Schéma :



DEL

4) La loi des mailles du circuit donne :

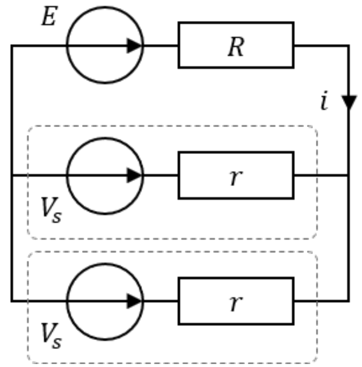
$$E - V_s = (R + r)\, i \quad \Rightarrow \quad \boxed{i = \frac{E + V_s}{R + r}}$$

On en déduit donc :

$$\boxed{R_0 = \frac{E - V_s}{i_0} - r = 280 \ \Omega}$$

On constante que $\boxed{R_0 \gg r}$. On peut donc négliger la résistance dynamique de la DEL.

5) Les deux branches contenant les photodiodes sont identiques, donc traversées par le même courant i_0. D'après la loi des nœuds, le générateur est traversé par le courant $i = 2i_0$



On a donc :

$$u = E - 2R_0 i_0 = V_s + r i_0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{R_0 = \frac{E - V_s}{2i_0} - \frac{r}{2} = 140 \ \Omega}$$

6) Par définition de la puissance reçue, on a :

$$\boxed{\mathcal{P}_R = R_0\,(2i_0)^2 = 126 \text{ mW}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\mathcal{P}_{\text{DEL}} = u i_0 = (E - 2R_0 i_0)\, i_0 = 27 \text{ mW}}$$

7) Par définition de la puissance fournie, on a :

$$\boxed{\mathcal{P}_g = E \times 2i_0 = 180 \text{ mW}}$$

Montrons la relation de conservation de la puissance :

$$\mathcal{P}_R + 2\ \mathcal{P}_{\text{DEL}} = R_0\,(2i_0)^2 + 2\,(E - 2R_0 i_0)\, i_0 = 2E i_0 = \mathcal{P}_g$$

La puissance fournie par le générateur est donc également à la somme des puissances reçues par la résistance et par les 2 DEL.

$$\boxed{\mathcal{P}_g = \mathcal{P}_R + 2\ \mathcal{P}_{\text{DEL}}}$$